

Du wirst in DS mündlich geprüft? Dann sind die Übungsaufgaben weniger relevant, aber das Skript dafür umso mehr. Du solltest alle Definitionen, Sätze und Beweise aus der Vorlesung kennen und wiedergeben können. Diese Folien sollen dir beim Lernen helfen.

Wie funktionieren sie?

1. Folien einseitig auf Karteikarten drucken.
2. Fragen mithilfe des Skripts auf der Hinterseite beantworten.
3. Auswendig lernen!

Die Überschriftsfarben beziehen sich auf die jeweiligen Kapiteln:
Grundlagen, Kombinatorik, Graphentheorie und Algebraische Strukturen.

Wichtig: Besprich zuerst mit dem Professor, welche Themen für die Prüfung relevant sind und welche nicht!

2 Mengen

Was ist eine Menge?

2 Mengen

Was ist ein Venn-Diagramm?

2 Mengen

Wie viele Bereiche kann ein Venn-Diagramm maximal haben?

2 Mengen

Beschreiben Sie folgende Mengen:

$\mathbb{N}, \mathbb{N}_0, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, [n], \mathbb{Z}_n, \emptyset$.

2 Mengen

Welche zwei Schreibweisen gibt es für Mengen?

2 Mengen

Was ist die Kardinalität $|M|$ einer Menge M ?

2 Mengen

Was ist die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ einer Menge M ?

2 Mengen

Was gilt für $|\mathcal{P}(M)|$?

2 Mengen

Was ist die Vereinigungsmenge
zweier Mengen A und B ?

2 Mengen

Was ist die Schnittmenge
zweier Mengen A und B ?

2 Mengen

Was ist die Differenzmenge
zweier Mengen A und B ?

2 Mengen

Was ist die Komplementmenge einer Menge A ?

2 Mengen

Was ist die Symmetrische Differenz
zweier Mengen A und B ?

2 Mengen

Was ist die disjunkte Vereinigung
zweier Mengen A und B ?

2 Mengen

Was ist eine Partition einer Menge M ?

2 Mengen

Was besagt die Idempotenz von Mengen?

2 Mengen

Was besagt die Kommutativität von Mengen?

2 Mengen

Was besagt die Assoziativität von Mengen?

2 Mengen

Was besagt die Distributivität von Mengen?

2 Mengen

Was ist ein Tupel?

2 Mengen

Was ist das kartesische Produkt $M_1 \times \dots \times M_n$
von n Mengen M_1, \dots, M_n ?

2 Mengen

Was gilt für $|M_1 \times \dots \times M_n|$?

2 Mengen

Was ist ein Wort über einem Alphabet A ?

2 Mengen

Was ist die Konkatenation zweier Wörter

$$w_1 = a_1 \dots a_k \text{ und } w_2 = b_1 \dots b_m?$$

2 Mengen

Was ist die Konkatenation von Wörtermengen A_1, \dots, A_n ?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist eine binäre Relation und wann ist eine binäre Relation homogen?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Relation $R \subseteq A \times A$ reflexiv?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Relation $R \subseteq A \times A$ symmetrisch?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Relation $R \subseteq A \times A$ asymmetrisch?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Relation $R \subseteq A \times A$ antisymmetrisch?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Relation $R \subseteq A \times A$ transitiv?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Relation $R \subseteq A \times A$ total?

3 Relationen und Abbildungen

Welche Eigenschaften besitzt die Relation $<\subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$?

3 Relationen und Abbildungen

Welche Eigenschaften besitzt die Relation $\leq \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$?

3 Relationen und Abbildungen

Welche Eigenschaften besitzt die Relation $\neq \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$?

3 Relationen und Abbildungen

Welche Eigenschaften besitzt die Relation $=_{\subseteq} \mathbb{N} \times \mathbb{N}$?

3 Relationen und Abbildungen

Welche Eigenschaften besitzt die Relation $\equiv_3 \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist eine Äquivalenzrelation?

3 Relationen und Abbildungen

Welche Beziehung gibt es zwischen einer Äquivalenzrelation und einer Partition?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist eine partielle Ordnung?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist ein Hasse-Diagramm und was kann man damit darstellen?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist das Bild und Urbild einer Relation?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist die Inverse einer Relation?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist das Relationenprodukt zweier Relationen?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist die Komposition von Relationen?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist die reflexive Hülle einer Relation?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist die transitive Hülle einer Relation?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist die reflexive transitive Hülle einer Relation?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist eine Funktion?

3 Relationen und Abbildungen

Was ist die Komposition von Funktionen?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Funktion injektiv?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Funktion surjektiv?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Funktion bijektiv?

3 Relationen und Abbildungen

Wann haben zwei Mengen A und B die gleiche Kardinalität?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Menge B mindestens
so mächtig wie eine Menge A ?

3 Relationen und Abbildungen

Wann ist eine Menge abzählbar und wann überabzählbar?

3 Relationen und Abbildungen

Wieso ist die Menge \mathbb{Z} abzählbar?

3 Relationen und Abbildungen

Sei A eine Menge. Wieso ist A^* abzählbar?

4 Aussagenlogik I

Wie sind die Formationsregeln für aussagenlogische Formeln?

4 Aussagenlogik I

Was ist der Syntaxbaum zu folgender Formel F ?

$$F = (\neg(p \wedge q) \rightarrow (q \vee \neg q))$$

4 Aussagenlogik I

Geben Sie die Semantik (als Tabelle) folgender Operatoren an:

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \otimes .$$

4 Aussagenlogik I

Was ist die Semantik (als Wahrheitstabelle) folgender Formel F ?

$$F = (((p \vee \neg q) \rightarrow r) \leftrightarrow r)$$

4 Aussagenlogik I

Wann ist eine aussagenlogische Formel erfüllbar?

4 Aussagenlogik I

Wann ist eine aussagenlogische Formel
allgemeingültig bzw. eine Tautologie?

4 Aussagenlogik I

Wann ist eine aussagenlogische Formel
unerfüllbar bzw. ein Widerspruch?

4 Aussagenlogik I

Wann sind zwei aussagenlogische Formeln F und G äquivalent?

4 Aussagenlogik I

Was besagt die Identität aussagenlogischer Formeln?

4 Aussagenlogik I

Was besagt die Dominanz aussagenlogischer Formeln?

4 Aussagenlogik I

Was besagt die Idempotenz aussagenlogischer Formeln?

4 Aussagenlogik I

Was besagt die Doppelte Negation aussagenlogischer Formeln?

4 Aussagenlogik I

Was besagt die Triviale Tautologie/Kontradiktion
aussagenlogischer Formeln?

4 Aussagenlogik I

Was besagt die Kommutativität aussagenlogischer Formeln?

4 Aussagenlogik I

Was besagt die Assoziativität aussagenlogischer Formeln?

4 Aussagenlogik I

Was besagt die Distributivität aussagenlogischer Formeln?

4 Aussagenlogik I

Was besagt die Regeln von De Morgan für aussagenlogische Formeln?

4 Aussagenlogik I

Welche Äquivalenzregeln gibt es für das Exklusive-Oder?

4 Aussagenlogik I

Welche Äquivalenzregeln gibt es für die Implikation?

4 Aussagenlogik I

Welche Äquivalenzregeln gibt es für das Bikonditional?

4 Aussagenlogik I

Was sind die Vor- und Nachteile von Wahrheitstafeln?

4 Aussagenlogik I

Was sind die Vor- und Nachteile der Äquivalenzregeln?

4 Aussagenlogik I

Wie viele verschiedene Semantiken gibt es
für Formeln mit n Variablen?

4 Aussagenlogik I

Wann ist eine Menge von logischen Operatoren vollständig?

4 Aussagenlogik I

Die Menge $\{\wedge, \vee, \neg\}$ von Operatoren ist vollständig.
Wieso ist die Menge $\{\wedge, \neg\}$ auch vollständig?

4 Aussagenlogik I

Die Menge $\{\wedge, \vee, \neg\}$ von Operatoren ist vollständig.
Wieso ist die Menge $\{\vee, \neg\}$ auch vollständig?

4 Aussagenlogik I

Die Menge $\{\wedge, \vee, \neg\}$ von Operatoren ist vollständig.
Wieso ist der NAND-Operator $\{\bar{\wedge}\}$ auch vollständig?

4 Aussagenlogik I

Die Menge $\{\wedge, \vee, \neg\}$ von Operatoren ist vollständig.
Wieso ist der NOR-Operator $\{\bar{\vee}\}$ auch vollständig?

5 Aussagenlogik II

Was ist ein Literal?

5 Aussagenlogik II

Was ist eine Klausel?

5 Aussagenlogik II

Wann ist eine Formel in Konjunktiver Normalform?

5 Aussagenlogik II

Wann ist eine Formel in Disjunktiver Normalform?

5 Aussagenlogik II

Für das DPLL-Verfahren ist folgender Fakt wichtig:

F ist genau dann erfüllbar, wenn
 $F[p \setminus \text{true}]$ oder $F[p \setminus \text{false}]$ erfüllbar sind.

Wieso gilt das?

5 Aussagenlogik II

Wie funktioniert der DPLL-Algorithmus? (Algorithmus 1)

5 Aussagenlogik II

Wie kann man mithilfe von One-Literal-Klauseln den DPLL-Algorithmus beschleunigen?

5 Aussagenlogik II

Wieso terminiert der DPLL-Algorithmus für jede Eingabeformel?

5 Aussagenlogik II

Wieso ist DPLL-Algorithmus korrekt?

5 Aussagenlogik II

Wie stellt man KNF-Formeln als Mengen dar?

5 Aussagenlogik II

Was stellen die leere Formel $\{\}$ und die Formel mit der leeren Klausel $\{\{\}\}$ dar?

5 Aussagenlogik II

Was ist der Resolvent R von zwei Klauseln K_1 und K_2 ?
Geben Sie ein Beispiel für K_1 , K_2 und R an.

5 Aussagenlogik II

Wie funktioniert das Resolutionsverfahren?

5 Aussagenlogik II

Für das Resolutionsverfahren ist folgender Fakt wichtig:

Wenn R Resolvent zweier Klauseln von
 F ist, dann gilt $F \equiv F \cup \{R\}$.

Wieso gilt das?

5 Aussagenlogik II

Wieso terminiert das Resolutionsverfahren für jede Eingabeformel?

5 Aussagenlogik II

Wenn dir Formel erfüllbar ist, dann antwortet das Resolutionsverfahren „erfüllbar“. Begründen Sie das.

5 Aussagenlogik II

Was bedeutet $A \vdash F$?

5 Aussagenlogik II

Was bedeutet $A \models F$?

5 Aussagenlogik II

Welche Beziehung gibt es zwischen $A \vdash F$
und $A \models F$ in der Aussagenlogik?

6 Prädikatenlogik

Welche sind die Formationsregeln für prädikatenlogische Formeln?

6 Prädikatenlogik

Was ist eine Struktur?

6 Prädikatenlogik

Was besagt die Regeln von De Morgan
für prädikatenlogische Formeln?

6 Prädikatenlogik

Was besagt die Kommutativität prädikatenlogischer Formeln?

6 Prädikatenlogik

Was besagt die Distributivität prädikatenlogischer Formeln?

6 Prädikatenlogik

Welche wichtige Äquivalenzregel gibt es für prädikatenlogische Formeln außer den Regeln von De Morgan, der Kommutativität und der Distributivität?

6 Prädikatenlogik

Was besagt die Allquantoreinführung?

6 Prädikatenlogik

Was besagt die Allquantorbeseitigung?

6 Prädikatenlogik

Was besagt die Existenzquantoreinführung?

6 Prädikatenlogik

Was besagt die Existenzquantobeseitigung?

6 Prädikatenlogik

Welche Beziehung gibt es zwischen $A \vdash F$
und $A \models F$ in der Prädikatenlogik?

7 Beweismethoden

Wie funktioniert ein direkter Beweis?

7 Beweismethoden

Wie funktioniert ein indirekter Beweis?

7 Beweismethoden

Wie funktioniert ein Widerspruchsbeweis?

7 Beweismethoden

Wie funktioniert ein Beweis mit vollständiger Induktion?

7 Beweismethoden

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

Der DPLL-Algorithmus terminiert für jede Eingabeformel F .

7 Beweismethoden

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

Wenn F erfüllbar ist, dann antwortet
der DPLL-Algorithmus „erfüllbar“.

7 Beweismethoden

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

Wenn F unerfüllbar ist, dann antwortet
das Resolutionsverfahren „unerfüllbar“.

8 Wachstum von Funktionen

Was bedeutet $f \in \mathcal{O}(g)$?

8 Wachstum von Funktionen

Was bedeutet $f \in o(g)$?

8 Wachstum von Funktionen

Was bedeutet $f \in \Omega(g)$?

8 Wachstum von Funktionen

Was bedeutet $f \in \omega(g)$?

8 Wachstum von Funktionen

Was bedeutet $f \in \Theta(g)$?

8 Wachstum von Funktionen

Was bedeutet $f \in \mathcal{O}(g)$?

8 Wachstum von Funktionen

Wieso spielen Konstante Faktoren keine wichtige Rolle?

8 Wachstum von Funktionen

Wieso betrachten wir das Verhalten von
Funktionen für große Eingabewerte?

8 Wachstum von Funktionen

Beweisen Sie, dass jedes Polynom von Grad n in $\mathcal{O}(x^n)$ liegt.

8 Wachstum von Funktionen

Welche Beziehung gibt es zwischen $\mathcal{O}(g)$, $o(g)$, $\Omega(g)$, $\omega(g)$ und $\Theta(g)$?

8 Wachstum von Funktionen

Welche Beziehungen gibt es zwischen Wachstum und Grenzwerten?

9 Ziehen von Elementen aus einer Menge

Wie viele Möglichkeiten gibt es, k Elemente aus einer n -elementigen Menge mit Zurücklegen und mit Betrachtung der Reihenfolge zu ziehen?

9 Ziehen von Elementen aus einer Menge

Wieso gibt es genau n^k Möglichkeiten, k Elemente aus einer n -elementigen Menge mit Zurücklegen und mit Betrachtung der Reihenfolge zu ziehen?

9 Ziehen von Elementen aus einer Menge

Wie viele Möglichkeiten gibt es, k Elemente aus einer n -elementigen Menge ohne Zurücklegen und mit Betrachtung der Reihenfolge zu ziehen?

9 Ziehen von Elementen aus einer Menge

Wieso gibt es genau n^k Möglichkeiten, k Elemente aus einer n -elementigen Menge ohne Zurücklegen und mit Betrachtung der Reihenfolge zu ziehen?

9 Ziehen von Elementen aus einer Menge

Wie viele Möglichkeiten gibt es, k Elemente aus einer n -elementigen Menge ohne Zurücklegen und ohne Betrachtung der Reihenfolge zu ziehen?

9 Ziehen von Elementen aus einer Menge

Wieso gibt es genau $\binom{n}{k}$ Möglichkeiten, k Elemente aus einer n -elementigen Menge ohne Zurücklegen und ohne Betrachtung der Reihenfolge zu ziehen?

9 Ziehen von Elementen aus einer Menge

Wie viele Möglichkeiten gibt es, k Elemente aus einer n -elementigen Menge mit Zurücklegen und ohne Betrachtung der Reihenfolge zu ziehen?

9 Ziehen von Elementen aus einer Menge

Wieso gibt es genau $\binom{n+k-1}{n-1}$ Möglichkeiten, k Elemente aus einer n -elementigen Menge mit Zurücklegen und ohne Betrachtung der Reihenfolge zu ziehen?

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Was besagt die Produktregel?

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Was besagt die Summenregel?

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Was besagt die Gleichheitsregel?

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Was besagt das Prinzip des doppelten Abzählens?

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Wie viele Teiler haben die natürliche Zahlen
zwischen 1 und 8 im Durchschnitt?

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Was besagt das Prinzip für Inklusion und Exklusion? (Siebformel)

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Wie viele natürliche Zahlen zwischen 1 und 1000
sind durch 7 oder 11 teilbar?

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Was besagt das Schubfachprinzip?

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Zeigen Sie mithilfe des Schubfachprinzips:

In jeder Menge P von Personen, $|P| \geq 2$, gibt es mindestens 2 Personen, die die gleiche Anzahl von Personen aus P kennen.

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Was besagt das verallgemeinerte Schubfachprinzip?

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Beweisen Sie das verallgemeinerte Schubfachprinzip.

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Zeigen Sie mithilfe des verallgemeinerten Schubfachprinzips:

In jeder Menge von 6 Personen gibt es 3, die sich alle untereinander kennen oder 3, die sich alle nicht kennen (wobei die Relation „kennen“ symmetrisch sei).

10 Kombinatorische Beweisprinzipien

Was gibt die Ramsey-Zahl $R(m, n)$ an?

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Was kann man mit Binomialkoeffizienten zählen?

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Was besagt die Binomische Formel und wieso gilt sie?

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Was besagt die Pascalsche Identität und wieso gilt sie?

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Was besagt die Vandermonde Identität und wieso gilt sie?

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Was kann man mit $S_{n,k}$ zählen?

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Begründen Sie folgende Gleichung:

$$S_{n,k} = S_{n-1,k-1} + k \cdot S_{n-1,k} .$$

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Was kann man mit $s_{n,k}$ zählen?

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Begründen Sie folgende Gleichung:

$$s_{n,k} = s_{n-1,k-1} + (n-1) \cdot s_{n-1,k} .$$

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Was kann man mit $P_{n,k}$ zählen?

11 Fundamentale Zählkoeffizienten

Begründen Sie folgende Gleichung:

$$P_{n,k} = \sum_{i=0}^k P_{n-k,i} .$$

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie:

Es gibt genau m^n Möglichkeiten n unterscheidbare Bälle auf m unterscheidbare Urnen beliebig zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie für $n \leq m$:

Es gibt genau m^n Möglichkeiten n unterscheidbare Bälle auf m unterscheidbare Urnen injektiv zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie für $n \geq m$:

Es gibt genau $m! \cdot S_{n,m}$ Möglichkeiten n unterscheidbare Bälle auf m unterscheidbare Urnen surjektiv zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie für $n = m$:

Es gibt genau $n!$ Möglichkeiten n unterscheidbare Bälle auf m unterscheidbare Urnen bijektiv zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie:

Es gibt genau $\binom{m+n-1}{n}$ Möglichkeiten n gleiche Bälle auf m unterscheidbare Urnen beliebig zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie für $n \leq m$:

Es gibt genau $\binom{m}{n}$ Möglichkeiten n gleiche Bälle auf m unterscheidbare Urnen injektiv zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie für $n \geq m$:

Es gibt genau $\binom{n-1}{m-1}$ Möglichkeiten n gleiche Bälle auf m unterscheidbare Urnen surjektiv zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie:

Es gibt genau $\sum_{k=1}^m S_{n,k}$ Möglichkeiten n unterscheidbare Bälle auf m gleiche Urnen beliebig zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie für $n \geq m$:

Es gibt genau $S_{n,m}$ Möglichkeiten n unterscheidbare Bälle auf m gleiche Urnen surjektiv zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie:

Es gibt genau $\sum_{k=1}^m P_{n,k}$ Möglichkeiten n gleiche Bälle auf m gleiche Urnen beliebig zu verteilen.

12 Bälle und Urnen

Begründen Sie für $n \geq m$:

Es gibt genau $P_{n,m}$ Möglichkeiten n gleiche Bälle auf m gleiche Urnen surjektiv zu verteilen.

13 Grundlagen Graphen

Was ist ein Graph?

13 Grundlagen Graphen

Wieso sind bei Graphen keine Mehrfachkanten
oder Schlingen erlaubt?

13 Grundlagen Graphen

Was ist ein gerichteter Graph?

13 Grundlagen Graphen

Was ist ein Hypergraph?

13 Grundlagen Graphen

Was ist ein vollständiger Graph?

13 Grundlagen Graphen

Wie viele Kanten besitzt der vollständige Graph K_n ?

13 Grundlagen Graphen

Was ist ein Kreis C_n ?

13 Grundlagen Graphen

Was ist ein Gittergraph $M_{n,m}$?

13 Grundlagen Graphen

Was ist ein Hyperwürfel Q_n ?

13 Grundlagen Graphen

Was ist ein bipartiter Graph und wann ist ein bipartiter Graph vollständig?

13 Grundlagen Graphen

Was ist die Nachbarschaft und der Grad eines Knotens?

13 Grundlagen Graphen

Was ist die Gradfolge eines Graphen?

13 Grundlagen Graphen

Wann ist ein Graph k -regulär?

13 Grundlagen Graphen

Was sind Wege, Pfade, Touren und Kreise?

13 Grundlagen Graphen

Was ist ein Teilgraph und wann ist ein Teilgraph induziert?

13 Grundlagen Graphen

Was ist eine Zusammenhangskomponente?

13 Grundlagen Graphen

Wann ist ein Graph zusammenhängend?

13 Grundlagen Graphen

Begründen Sie das Handshake-Theorem:

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E| .$$

13 Grundlagen Graphen

Wieso muss die Summe $\sum_{v \in V} \deg(v)$
aller Knotengrade immer gerade sein?

13 Grundlagen Graphen

Mit welchem Satz kann man immer überprüfen, ob ein Graph mit einer gegebenen Gradfolge existiert?

14 Bäume

Was ist ein Baum?

14 Grundlagen Graphen

Was ist ein Wald?

14 Bäume

Wieso besitzt jeder Baum mit $|V| \geq 2$ mindestens zwei Blätter?

14 Bäume

Was ist ein Spannbaum?

14 Bäume

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

Jeder zusammenhängender Graph enthält mindestens einen
Spannbaum.

14 Bäume

Folgende Aussagen sind für einen beliebigen Graph $G = (V, E)$ äquivalent:

- (1) G ist ein Baum.
- (2) Je zwei Knoten in G sind durch genau einen Pfad verbunden.
- (3) G ist zusammenhängend und $|V| = |E| + 1$.

Zeigen Sie: (1) \Leftrightarrow (2).

14 Bäume

Folgende Aussagen sind für einen beliebigen Graph $G = (V, E)$ äquivalent:

- (1) G ist ein Baum.
- (2) Je zwei Knoten in G sind durch genau einen Pfad verbunden.
- (3) G ist zusammenhängend und $|V| = |E| + 1$.

Zeigen Sie durch Induktion über $|V|$: (1) \Rightarrow (3).

14 Bäume

Folgende Aussagen sind für einen beliebigen Graph $G = (V, E)$ äquivalent:

- (1) G ist ein Baum.
- (2) Je zwei Knoten in G sind durch genau einen Pfad verbunden.
- (3) G ist zusammenhängend und $|V| = |E| + 1$.

Zeigen Sie: (3) \Rightarrow (1).

14 Bäume

Sei $G = (V, E)$ ein Baum mit Gradfolge (d_1, \dots, d_n) . Zeigen Sie:

$$\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2 .$$

14 Bäume

Wie viele verschiedene Bäume mit Knotenmenge $[n]$ gibt es?

14 Bäume

Wie bestimmt man den Prüfer-Code zu einem gegebenen Baum?

14 Bäume

Wie bestimmt man den Baum zu einem gegebenen Prüfer-Code?

14 Bäume

Was ist ein Wurzelbaum?

14 Bäume

Sei G ein Wurzelbaum und v ein beliebiger Knoten in G .
Wann ist ein Knoten u ein Vorgänger von v ?

14 Bäume

Sei G ein Wurzelbaum und v ein beliebiger Knoten in G .
Wann ist ein Knoten u der Vater bzw. die Mutter von v ?

14 Bäume

Sei G ein Wurzelbaum und v ein beliebiger Knoten in G .
Wann ist ein Knoten u ein Nachfolger von v ?

14 Bäume

Sei G ein Wurzelbaum und v ein beliebiger Knoten in G .
Wann ist ein Knoten u ein Kind von v ?

14 Bäume

Was die Höhe eines gewurzelten Baumes?

15 Euler-Touren und Hamilton-Kreise

Was ist eine Euler-Tour?

15 Euler-Touren und Hamilton-Kreise

Wie lautet der Satz von Euler für Euler-Touren?

15 Euler-Touren und Hamilton-Kreise

Beweisen Sie den Satz von Euler für Euler-Touren:

Ein zusammenhängender Graph besitzt genau dann eine Euler-Tour, wenn alle Knoten des Graphen geraden Grad haben.

15 Euler-Touren und Hamilton-Kreise

Was ist ein Hamilton-Kreis?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Was ist ein planarer Graph?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Was besagt die Eulersche Polyederformel?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Beweisen Sie die Eulersche Polyederformel für planare Graphen:

$$|R| = |E| - |V| + 2 .$$

16 Planarität und Färbung von Graphen

Zeigen Sie:

Für jeden planaren Graphen $G = (V, E)$ mit $|V| \geq 3$ gilt:

$$|E| \leq 3|V| - 6 .$$

16 Planarität und Färbung von Graphen

Zeigen Sie:

Jeder planare Graph hat einen Knoten mit Grad höchstens 5.

16 Planarität und Färbung von Graphen

Zeigen Sie:

Der K_5 ist nicht planar.

16 Planarität und Färbung von Graphen

Der $K_{3,3}$ ist nicht planar.

16 Planarität und Färbung von Graphen

Wie lautet der Satz von Kuratowski?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Was ist eine Knotenfärbung?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Was ist die chromatische Zahl $\chi(G)$ eines Graphen G ?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Welche chromatische Zahl hat ein vollständiger Graph mit n Knoten?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Welche chromatische Zahl hat ein Kreis mit n Knoten?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Welche chromatische Zahl haben Bäume?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Welche chromatische Zahl haben bipartite Graphen?

16 Planarität und Färbung von Graphen

Wie viele Farben braucht man, um planare färben?

17 Matchings

Beschreiben Sie kurz das Heiratsproblem.

17 Matchings

Was ist ein Matching?

17 Matchings

Was ist ein perfektes Matching?

17 Matchings

Wie lautet der Heiratssatz von Hall?

17 Matchings

Skizzieren Sie den Beweis des Heiratssatzes.

17 Matchings

Was folgt aus dem Heiratssatz für bipartite, k -reguläre Graphen?

17 Matchings

Was ist eine Heirat?

17 Matchings

Was ist eine stabile Heirat?

17 Matchings

Beschreiben Sie den Gale-Shapley-Algorithmus für stabile Heiraten.

17 Matchings

Wieso benötigt der Gale-Shapley-Algorithmus maximal n^2 Schritte?

17 Matchings

Wieso berechnet der Gale-Shapley-Algorithmus eine stabile Heirat?

18 Grundlagen Algebra

Was ist eine Algebra?

18 Grundlagen Algebra

Geben Sie drei unterschiedliche Algebren mit jeweils nur einem Operator an, die keine Halbgruppen sind.

18 Grundlagen Algebra

Sei A eine Algebra. Was ist ein links- bzw. rechtsneutrales Element?

18 Grundlagen Algebra

Sei A eine Algebra. Was ist ein neutrales Element?

18 Grundlagen Algebra

Sei A eine Algebra und a ein Element.
Was ist ein links- bzw. rechtsinverses Element von a ?

18 Grundlagen Algebra

Sei A eine Algebra und a ein Element.
Was ist ein inverses Element von a ?

18 Grundlagen Algebra

Was ist eine Halbgruppe?

18 Grundlagen Algebra

Geben Sie drei unterschiedliche Halbgruppen an, die keine Monoide sind.

18 Grundlagen Algebra

Was ist ein Monoid?

18 Grundlagen Algebra

Geben Sie drei unterschiedliche Monoide an, die keine Gruppen sind.

18 Grundlagen Algebra

Was ist eine Gruppe?

18 Grundlagen Algebra

Geben Sie drei unterschiedliche Gruppen an.

18 Grundlagen Algebra

Was bedeutet $x \equiv_m y$?

18 Grundlagen Algebra

Was ist $x \bmod y$?

18 Grundlagen Algebra

Was ist $x +_m y$ und $x \cdot_m y$?

18 Grundlagen Algebra

Wann ist eine Gruppe, ein Monoid oder eine Halbgruppe abelsch?

18 Grundlagen Algebra

Was ist $(\mathbb{Z}_n, +_n)$?

19 Gruppen

Sei $G = (S, \circ)$ eine Gruppe. Zeigen Sie:

G enthält genau ein neutrales Element.

19 Gruppen

Sei $G = (S, \circ)$ eine Gruppe. Zeigen Sie:

Jedes $a \in S$ hat genau ein inverses Element a^{-1} .

19 Gruppen

Sei $G = (S, \circ)$ eine Gruppe. Zeigen Sie für alle $a, b, c \in S$:

wenn $a \circ c = b \circ c$ dann $a = b$,

wenn $c \circ a = c \circ b$ dann $a = b$.

19 Gruppen

Sei $G = (S, \circ)$ eine Gruppe mit neutralem Element e .

Was ist die Ordnung $\text{ord}(a)$ eines Elements $a \in S$?

19 Gruppen

Sei $G = (S, \circ)$ eine Gruppe.

Was ist eine Untergruppe von G ?

19 Gruppen

Was ist eine rechte bzw. linke Nebenklasse?

19 Gruppen

Sei H eine Untergruppe von G .
Was ist der Index $\text{ind}_G(H)$ von H in G ?

19 Gruppen

Sei H eine Untergruppe von G . Zeigen Sie:

Die Menge der rechten bzw. linken
Nebenklassen von H bildet eine Partition von G .

19 Gruppen

Sei H eine Untergruppe von G . Zeigen Sie den Satz von Lagrange:

- (1) Alle Nebenklassen von H in G haben gleich viele Elemente.
- (2) $|G| = \text{ind}_G(H) \cdot |H|$
- (3) $|H|$ teilt $|G|$

19 Gruppen

Sei $G = (S, \circ)$ eine Gruppe. Begründen Sie:

$\text{ord}(a)$ teilt $|S|$ für alle $a \in S$.

19 Gruppen

Was ist $(\mathbb{Z}_n^*, \cdot_n)$?

19 Gruppen

Wie ist der größte gemeinsame Teiler $\text{ggT}(x, y)$
von zwei Zahlen $x, y \in \mathbb{N}$ definiert?

19 Gruppen

Beweisen Sie für alle $x, y \in \mathbb{N}$ mit $x \leq y$:

(1) Wenn $y \bmod x = 0$ dann $\text{ggT}(x, y) = x$

(2) Wenn $y \bmod x > 0$ dann $\text{ggT}(x, y) = \text{ggT}(y \bmod x, y)$

19 Gruppen

Was kann man mit dem Euklidischen Algorithmus berechnen?

19 Gruppen

Beschreiben Sie den Euklidischen Algorithmus.

19 Gruppen

Zeigen Sie für beliebige $x, y \in \mathbb{N}$:

Es gibt $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(x, y) = ax + by$.

19 Gruppen

Was kann man mit dem Erweitertem
Euklidischen Algorithmus berechnen?

19 Gruppen

Beschreiben Sie den Erweiterten Euklidischen Algorithmus.

19 Gruppen

Wie berechnet man für $x \in \mathbb{Z}_n^*$ sein inverses Element in $(\mathbb{Z}_n^*, \cdot_n)$?

19 Gruppen

Was ist $\varphi(n)$?

19 Gruppen

Wie berechnet man $\varphi(n)$?

19 Gruppen

Was ist eine zyklische Gruppe?

19 Gruppen

Wieso sind $(\mathbb{Z}, +)$ und $(\mathbb{Z}_n, +_n)$ zyklische Gruppen?

19 Gruppen

Was ist ein Gruppenisomorphismus?

19 Gruppen

Sei $G = (S, \circ)$ eine zyklische Gruppe. Zeigen Sie:

- (1) Falls $|S| = \infty$, dann ist G isomorph zu $(\mathbb{Z}, +)$.
- (2) Falls $|S| = n$, dann ist G isomorph zu $(\mathbb{Z}_n, +_n)$.

19 Gruppen

Was ist die Symmetrische Gruppe (S_n, \circ) ?

19 Gruppen

Wie bestimmt man die Ordnung einer Permutation in (S_n, \circ) ?

20 Das RSA Kryptosystem

Was muss für den öffentlichen Schlüssel (n, c) gelten?

20 Das RSA Kryptosystem

Was muss für den privaten Schlüssel d gelten?

20 Das RSA Kryptosystem

Mit welcher Funktion $f(m)$ wird eine Nachricht m verschlüsselt?

20 Das RSA Kryptosystem

Mit welcher Funktion $f^{-1}(x)$ kann eine verschlüsselte Nachricht x wieder entschlüsselt werden?

20 Das RSA Kryptosystem

Wieso funktioniert das RSA Kryptosystem für $m \in \mathbb{Z}_n^*$

20 Das RSA Kryptosystem

Worauf beruht die Sicherheit des RSA Kryptosystems?

21 Endliche Körper

Was ist ein Ring?

21 Endliche Körper

Geben Sie drei Ringe an, die keine Körper sind.

21 Endliche Körper

Was ist ein Körper?

21 Endliche Körper

Geben Sie drei Körper an.

21 Endliche Körper

Was ist $(\mathbb{Z}_n, +_n, \cdot_n)$ für alle $n \geq 2$?

21 Endliche Körper

Für welche n ist $(\mathbb{Z}_n, +_n, \cdot_n)$ ein Körper?