

Ziehen von k Elementen aus n : $n^k, n^{\underline{k}}, \binom{n+k-1}{n-1}, \binom{n}{k}$ (mit, ohne, mit, ohne zurücklegen)
geordnet ungeordnet

Siebformel: $Pr[A_1 \cup A_2 \cup A_3] = Pr[A_1] + Pr[A_2] + Pr[A_3] - Pr[A_1 \cap A_2] - Pr[A_1 \cap A_3] - Pr[A_2 \cap A_3] + Pr[A_1 \cap A_2 \cap A_3]$

Bed. W'keit: $Pr[A|B] = \frac{Pr[A \cap B]}{Pr[B]} \Rightarrow Pr[A \cap B] = Pr[A|B] \cdot Pr[B] = Pr[B|A] \cdot Pr[A]$
(Pr[B|B]=1, Pr[A|\Omega]=Pr[A], Pr[\emptyset|B]=0, Pr[\bar{A}|B]=1-Pr[A|B])

Multiplikationssatz: $Pr[A_1 \cap \dots \cap A_n] = Pr[A_1] \cdot Pr[A_2|A_1] \cdot Pr[A_3|A_1 \cap A_2] \cdot \dots \cdot Pr[A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}]$

Satz v.d. totalen W'keit: $Pr[B] = \sum_{i=1}^n Pr[B|A_i] \cdot Pr[A_i]$ (A_i paarweise disjunkt, $B \subseteq A_1 \cup \dots \cup A_n$)

Unabhängigkeit: $Pr[A \cap B] = Pr[A] \cdot Pr[B] \iff Pr[A|B] = Pr[A]$ (Bed. $Pr[A_1 \cap \dots \cap A_n] = Pr[A_1] \cdot \dots \cdot Pr[A_n]$)
 wenn A, B, C unabhängig, dann auch $A \cap B, C$ und auch $A \cup B, C$.

Satz von Bayes: $Pr[A_i|B] = \frac{Pr[A_i \cap B]}{Pr[B]} = \frac{Pr[B|A_i] \cdot Pr[A_i]}{\sum_{j=1}^n Pr[B|A_j] \cdot Pr[A_j]}$ ($i \in \{1, \dots, n\}$, A_1, \dots, A_n paarweise disjunkt, $B \subseteq A_1 \cup \dots \cup A_n$)

Dichte und Verteilung: $f_X(x) := Pr[X=x], F_X(x) := Pr[X \leq x]$

Erwartungswert: $E[X] := \sum_{x \in W_X} x \cdot Pr[X=x] = \sum_{i=1}^{\infty} Pr[X \geq i]$ (Monotonie: $X(\omega) \leq Y(\omega) (\forall \omega) \Rightarrow E[X] \leq E[Y]$)

$E[X|A] = \sum_{x \in W_X} x \cdot Pr[X=x|A], E[X] = \sum_{i=1}^{\infty} E[X|A_i] \cdot Pr[A_i]$ (A_i disj. Partitionen v. Ω)

Varianz: $Var[X] := E[(X-\mu)^2] = \sum_{x \in W_X} (x-\mu)^2 \cdot Pr[X=x] = E[X^2] - E[X]^2$ ($\sigma := \sqrt{Var[X]}$: Standardabweichung)

$Var[a \cdot X + b] = a^2 \cdot Var[X]$ ($E[X^k]$ das k -te Momt, $E[(X-E[X])^k]$ das k -te zentrale Moment)

Unabhängigkeit von Zufallsvariablen: X_1, \dots, X_n unabhängig, wenn für alle $(x_1, \dots, x_n) \in W_{X_1} \times \dots \times W_{X_n}$:

$Pr[X_1=x_1, \dots, X_n=x_n] = Pr[X_1=x_1] \cdot \dots \cdot Pr[X_n=x_n]$ (X_1, \dots, X_n unabhängig, dann auch: $f_1(x_1), \dots, f_n(x_n)$)

Zusammengesetzte Zufallsvariablen: X, Y unabhängig, $Z := X+Y$, dann gilt: $f_Z(z) = \sum_{x \in W_X} f_X(x) \cdot f_Y(z-x)$

Linearität des Erwartungswertes: $E[X] = a_1 E[X_1] + \dots + a_n E[X_n]$ ($X := a_1 X_1 + \dots + a_n X_n$)

Multiplikativität des Erwartungswertes: $E[X_1 \cdot \dots \cdot X_n] = E[X_1] \cdot \dots \cdot E[X_n]$ (X_1, \dots, X_n unabhängig)

Additivität der Varianz: $Var[X] = Var[X_1] + \dots + Var[X_n]$ (X_1, \dots, X_n unabhängig, $X := X_1 + \dots + X_n$)

Indikatorvariablen: $I_A := \begin{cases} 1 & \text{falls } A \text{ eintritt,} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \Rightarrow E[I_A] = 1 \cdot Pr[A] + 0 \cdot Pr[\bar{A}] = Pr[A]$

Wichtige Reihen: $E[I_{A_1} \cdot \dots \cdot I_{A_n}] = Pr[A_1 \cap \dots \cap A_n]$

- 1) $\sum_{k=0}^{\infty} 1 \cdot x^k = \frac{1}{1-x} \quad |x| < 1$
- 2) $\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot x^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2} \quad |x| < 1$
- 3) $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} \cdot x^k = (1+x)^n \quad |x| < 1$
- 4) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot x^k = e^x$

- Geometrische Reihe
- Ableitung der geometrische Reihe
- Binomialreihe
- Exponentialreihe

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda}$

